茨城大学教育実践研究 31(2012), 33-46

ヒストグラムの読み取りにおける学習者の誤判断とその修正

小 口 祐 一*

(2012 年 9 月 15 日受理)

Misjudging the Relationship between Shape and Standard Deviation When Reading a Histogram

Yuichi OGUCHI

キーワード：統計判断，ヒストグラム，分布の形状，標準偏差

本研究の目的は，「提示事例の違いが，ヒストグラムの読み取りにおける学習者の判断に影響を及ぼすか。」という問いに答えることであった。本研究では，実験の対象者を 2 つの群に分け，一方の群には，「分布の形状が極端に異なり，それに伴って標準偏差も異なる 3 つの事例」を用いた読み物を提示した。もう一方の群には，「分布の形状が徐々に変化し，それに伴って標準偏差も段階的に変化する 3 つの事例」を用いた読み物を提示した。このような提示事例の違いが対象者の判断に及ぼす影響について検討した。実験の結果，3 つの釣鐘型分布を標準偏差が段階的に大きくなるように変化させる事例を提示しても，対象者の適切判断は促進されなかった。誤判断の理由として，多くの対象者に，縦軸の頻度の平均値と他の階級の頻度との差を偏差として誤判断する傾向がみられた。また，縦軸の頻度の平均値を基準とし，その値と他の階級の頻度との差をばらつきとして誤判断する傾向もみられた。分布の形状と標準偏差との関係にかかわる学習者の適切判断を促進するためには，分布の形状の変化に伴う標準偏差の変化を連続的にとらえさせる教授方略が必要であることが示唆された。

問題と目的

本研究では，ヒストグラムの読み取りにおける学習者の誤判断とその修正について検討する。ヒストグラムからデータの傾向を読み取るためには，分布の形状（Shape），分布の中心（Center），分布の広がり（Spread）を正しくとらえる必要がある。分布の形状は，単峰型（最頻階級が 1 つ）ならば，大きく次の 3 つに分類される。最頻階級に関して，対称な分布，正の歪みを持つ分布（右側に裾が伸びている分布），負の歪みを持つ分布（左側に裾が伸びている分布）の 3 つである。最頻階級とは，ヒストグラムによる表現において最も高い柱の階級のことである。分布の中心は，次の 3 つの代表値が指標になる。第 1 に最頻値（ここでは「最頻階級の階級値」を最頻値とする。），第 2 に平均値，第 3 に中央値である。分布の形状が最頻階級に関して対称ならば，上述した 3 つの代表

*茨城大学教育学部

値はほぼ一致することになる。分布の広がりは，最大値から最小値を引いた値である範囲と，測定値と平均値との標準的な差を示す標準偏差の 2 つが一般的な指標になる。分布の形状が最頻階級に関して対称ならば，平均値との差が大きい測定値が多いほど，標準偏差は大きくなる。標準偏差σは，測定値x_iと平均値$\overline{x}$との差の 2 乗和（偏差平方和）をデータの個数nで割った値（分散）の平方根として求められる値であり，具体的な計算においては次の公式を用いることができる。

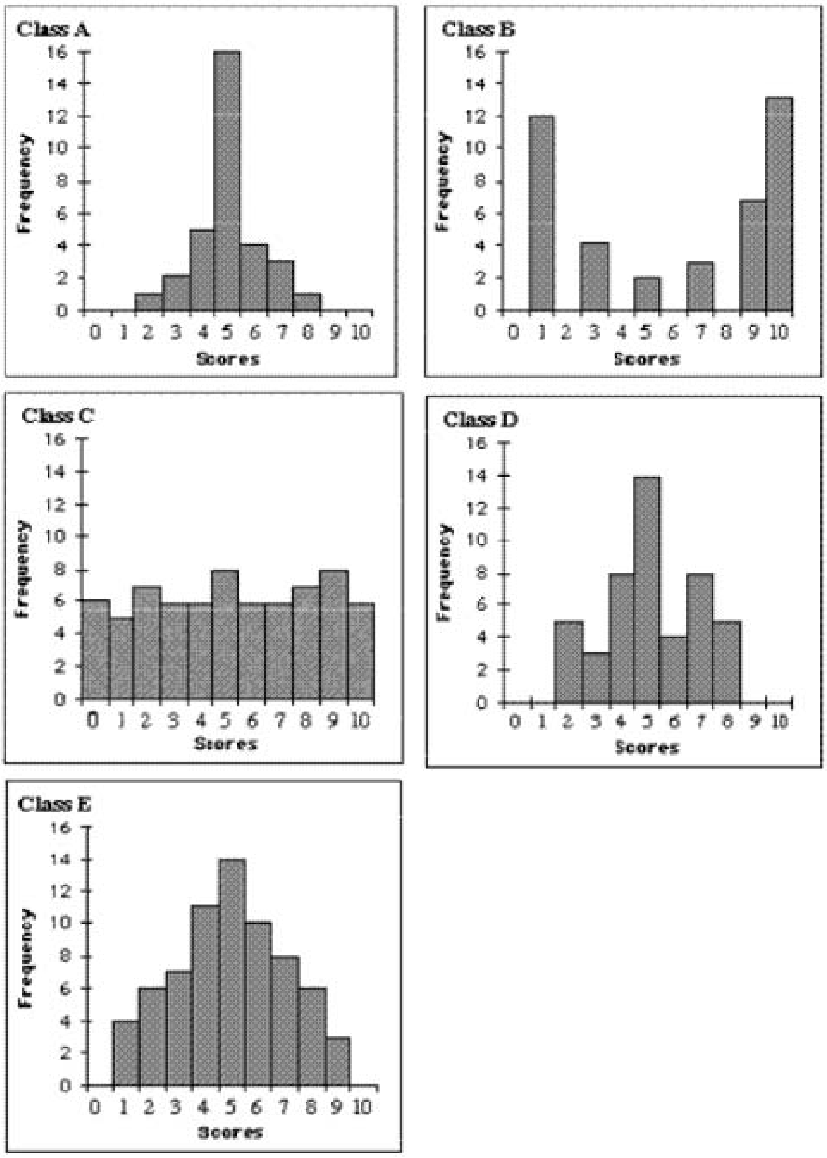
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

しかしながら，標準偏差の意味とその求め方を学習した後の学習者でも，分布の広がりに関する問題に対して標準偏差を適用した解決は困難であることが先行研究により示されている（Garfield and delMas，2005; 小口，2008a）。

Garfield and delMas（2005）は，統計の入門コースを受講したアメリカ合衆国の大学生 1470 名を対象に，データに基づく判断（以降，「統計判断」という。）に関する能力を調査した。調査問題は全 40 問で構成され，ヒストグラムによる表現における分布の形状と標準偏差との関係を問う問題は 2 問であった（標準偏差の大小判断問題 : FIGURE 1）。それらの問題では，5 つのヒストグラムが選択肢として与えられた。ヒストグラム A は最頻階級の頻度が極端に大きいほぼ対称な分布，ヒストグラム B は最小値が含まれる階級と最大値が含まれる階級の頻度が大きい U 字型の分布，ヒストグラム C はほぼ一様な分布，ヒストグラム D は頻度の大きさがでこぼこしている分布，ヒストグラム E は釣鐘型のほぼ対称な分布であった。分布の形状と標準偏差との関係を問う 2 問は，それらの選択肢から，標準偏差が最も小さいものを選択する問 14 と，標準偏差が最も大きいものを選択する問 15 であった。問 14 では，最頻階級の頻度が極端に大きいほぼ対称な分布であるヒストグラム A を選択した正答率が 52.8%であり，ほぼ一様な分布であるヒストグラム C を選択した反応率は 25.0%であった。この結果には，約 4 分の 1 の対象者に，「各階級の頻度の差が小さいほぼ一様な分布ならば，標準偏差は小さい。」という誤判断がみられた。その要因として，多くの学習者には，分布の広がりを横軸の変数でとらえることができず，縦軸の頻度でとらえる傾向があると推測される。また，問 15 では，最小値の階級と最大値の階級の頻度が大きい U 字型の分布であるヒストグラム B を選択した正答率が 50.7%であり，ほぼ一様な分布であるヒストグラム C を選択した反応率は 29.8%であった。この結果には，約 3 割の対象者に，「範囲が大きい分布ならば，標準偏差は大きい。」という誤判断がみられた。その要因として，多くの学習者には，標準偏差を求める際に，分布の中心の指標として用いる平均値を考慮せずに，最大値と最小値の差である範囲を過大評価してとらえる傾向があると推測される。

小口（2008a）は，統計学入門の講義を受講したわが国の大学生 68 名を対象に，統計判断に関する調査を実施した。調査問題は Garfield and delMas（2005）と同一問題であった。わが国の学校数学は，アメリカ合衆国と比べて扱われる統計の内容が少なく，上述した Garfield and delMas（2005）の調査よりも正答率が低いと予想された。問 14 では，ヒストグラム A を選択した正答率が 42.6%であり，ほぼ一様な分布であるヒストグラム C を選択した反応率は 26.5%であった。

次の 5 つのヒストグラムは, 統計の講義を受講している 5 つのクラスに対して 10 点満点で実施したテストについて，各クラスの得点分布を表示したものである。



問 14.　どのクラスが，標準偏差が最も小さいと推測しますか。

問 15.　どのクラスが，標準偏差が最も大きいと推測しますか。

FIGURE 1　標準偏差の大小判断問題

この結果には，約 4 分の 1 の対象者に，「各階級の頻度の差が小さい一様分布ならば，標準偏差は小さい。」という誤判断がみられた。また，問 15 では，ヒストグラム B を選択した正答率が 32.4%であり，ほぼ一様な分布であるヒストグラム C を選択した反応率は 30.9%であった。この結果には，約 3 割の対象者に，「範囲が大きい分布ならば，標準偏差は大きい。」という誤判断がみられた。以上から，アメリカ合衆国と同様に，わが国の学校数学において，一様分布を正しく読み取る方法を意図的に指導する必要があることが示唆された（小口，2008b）。

しかしながら，上述したような誤判断は，正しいルールを教示するだけでは修正されにくいといわれている（麻柄ほか，2006）。それは，学習者が保持している誤ったルール（以降，「ル・バー」という。）と，教示された正しいルールとの間に矛盾があり，そのような葛藤状況に直面したとき，学習者が既有のル・バーを優先することから生じる傾向であると考えられる。このような傾向を持つ学習者に正しいルールを獲得させるためには，ル・バー懐柔型ストラテジーの効果があることが先行研究で示されている。

伏見・麻柄（1986）は，幼児を対象に，「三角形と四角形のルール」を獲得させるためには，ル・バー懐柔型ストラテジーの効果があることを示した。図形の概念には，「一直線上にない 3 つの頂点を結ぶ線分で囲まれた図形は，三角形である。」と，「一直線上にない 4 つの頂点を結ぶ線分で囲まれた図形は，四角形である。」という正しいルールが存在する。しかし，幼児には，正三角形や正方形のように等辺や等角で構成されている図形には正しいルールを適用できるが，不等辺や不等角で構成されている図形には正しいルールを適用できない傾向がみられた。伏見・麻柄（1986）の実験では，3 セットの図形を事例として用意し，これらを正三角形と正方形が徐々に不等辺，不等角で構成されている図形に変形されていくような順序で提示することにより，学習者のル・バー（「正三角形とそれに類似した図形は，三角形である。」や，「正方形とそれに類似した図形は，四角形である。」）を顕在化させることなく，学習者に三角形と四角形の正しいルールを獲得させることができた。この研究は，ル・バーを顕在化させることなく，学習者のルールへの同意を生成するル・バー懐柔型ストラテジーは，他のル・バーの修正にとっても効果がある可能性を示唆していた。

本研究は，統計の基本的なグラフ表現であるヒストグラムについて，その読み取りにおける学習者の判断に焦点をあてる。実験では，対象者を 2 つの群に分け，一方の群には，「分布の形状が極端に異なり，それに伴って標準偏差も異なる 3 つの事例」を用いた読み物を提示した。もう一方の群には，「分布の形状が徐々に変化し，それに伴って標準偏差も段階的に変化する 3 つの事例」を用いた読み物を提示した。後者が，ル・バー懐柔型ストラテジーを用いた提示事例になる。このような提示事例の違いが対象者の判断に及ぼす影響について検討する。本研究の目的は，「提示事例の違いが，ヒストグラムの読み取りにおける学習者の判断に影響を及ぼすか。」という問いに答えることである。

仮説

ヒストグラムの読み取りにおいて，「分布の形状が最頻階級に関して対称ならば，平均値との差が大きい測定値が多いほど，標準偏差は大きくなる。」という正しいルール（判断基準）が存在する。ル・バー懐柔型ストラテジーを用いた提示事例により，学習者に分布の形状と標準偏差との関係にかかわる正しいルールを獲得させることができるだろう。その結果，ヒストグラムの読み取りにお

いて，学習者の適切判断は促進されるだろう。

方法

1．対象者

私立大学文学部の学生 93 名が本研究の対象者となった。

2．手続き

(1) 実験の概要

実験は，学習セクションとそれに連続する事後調査からなる。ランダムに配布された読み物によって，2 つの群を構成した。期日は 2009 年 12 月であり，「数学Ⅱ（統計学入門）」の講義時間内に集団で実施した。

(2) 学習セクション

学習セクションにおいて，まず，10 問のクイズの正答数に関する 5 人のデータを与え，平均値，偏差の平均値，分散，標準偏差の求め方を教授した（例題 5：FIGURE 2）。次に，2 つのブランドに関する 30 個ずつの電池の寿命のデータを与えてヒストグラムで表現させ，それらの分布の形状と標準偏差を比較させた（探究 5：FIGURE 3）。探究 5 のデータをヒストグラムで表現させた結果を FIGURE 4 に示す。この探究 5 を用いて，「標準偏差は，測定値と平均値との標準的な差を示す指標である。」という標準偏差の意味を確認した（小口，2010）。

(3) 事後調査

事後調査において，ランダムに配布された読み物によって対象者を 2 つの群に分け，一方の群には，「分布の形状が極端に異なり，それに伴って標準偏差も異なる 3 つの事例」を用いた読み物（FIGURE 5）を与えた（以降，「対照群」という。）。もう一方の群には，「分布の形状が徐々に変化し，それに伴って標準偏差も段階的に変化する 3 つの事例」を用いた読み物（FIGURE 6）を与えた（以降，「懐柔群」という。）。対象者は，自分に与えられた読み物を読み終えた後，問題 1 と問題 2 に回答するように指示された。問題 1 は，少数のデータを提示して正しい標準偏差を選択させる問題であり，問題 2 は，2 つのヒストグラムを比較して標準偏差が大きい方を選択させる問題であった（FIGURE 7）。問題 1 のねらいは，対象者が標準偏差の意味を理解しているかを調べることであり，問題 2 のねらいは，2 つのヒストグラムについて，対象者に分布の形状の違いに基づいて標準偏差の大小判断をさせることであった。

例題 5：10 問のクイズの正答数について，無作為に抽出した 5 人のデータがあります。このデータの散らばりを調べるために，次の計算をしてみましょう。

データ：1，2，5，5，7

平均値：n 個の値からなるデータで，測定値の総和を n で割った値。

$$\overline{X}=\frac{1+2+5+5+7}{5}=$$

偏差（Deviation）の平均値：n 個の値からなるデータで，測定値と平均値との差を表す量の総和を n で割った値。

$$\frac{(1-4)+(2-4)+(5-4)+(5-4)+(7-4)}{5}=$$

分散（Variance）：n 個の値からなるデータで，測定値と平均値との差を表す量の 2 乗の総和を n で割った値。

$$s^2=\frac{(1-4)^2+(2-4)^2+(5-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{5}=$$

標準偏差（Standard Deviation）：n 個の値からなるデータで，測定値と平均値との差を表す量の 2 乗の総和を n で割った値の平方根。

$$s=\sqrt{\frac{(1-4)^2+(2-4)^2+(5-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{5}}=$$

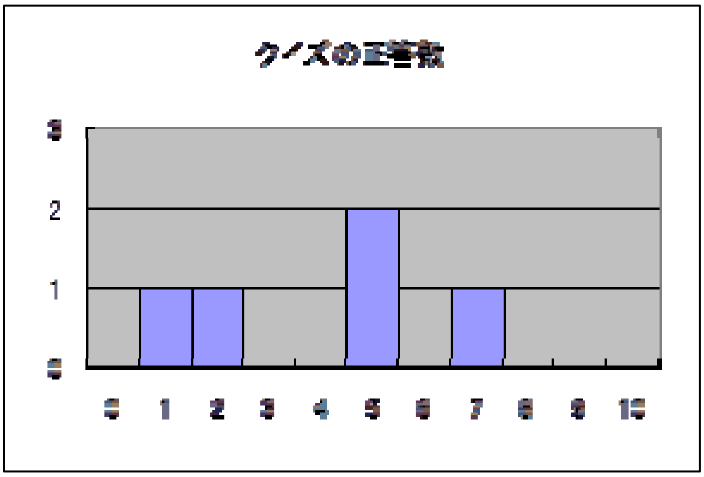


FIGURE 2　標準偏差の求め方

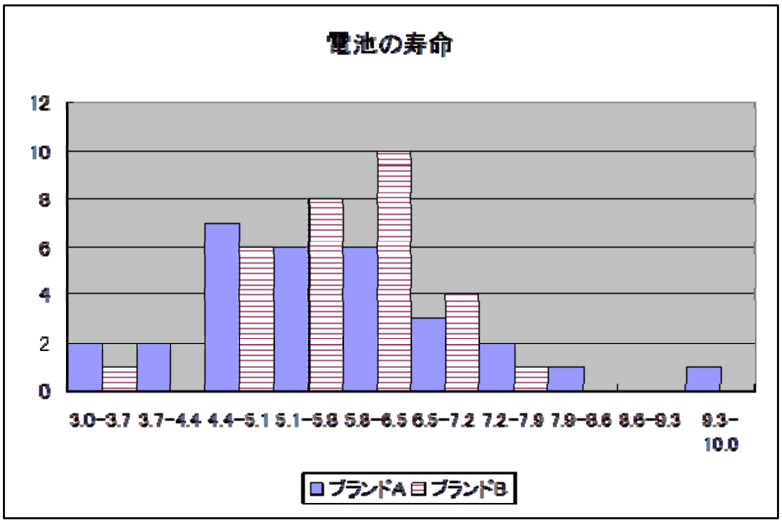
探究 5：ブランド A とブランド B の 30 個ずつの電池の寿命が，下の表で与えられています。どちらのブランドの電池の方が，信頼性が高いでしょうか。

30 個のブランド A の電池の寿命	30 個のブランド B の電池の寿命
5.1 7.3 6.9 4.7 4.6	5.4 6.3 5.0 5.9 5.6
6.2 6.4 5.5 4.9 6.9	4.7 6.0 3.3 6.6 6.0
6.0 4.8 4.1 5.3 8.1	5.0 6.5 5.8 5.4 4.9
6.3 7.5 5.0 5.7 9.3	5.7 6.8 5.6 4.9 6.0
3.3 3.1 4.3 5.9 6.6	4.9 5.7 6.2 7.5 5.8
5.8 5.0 6.1 4.6 5.7	6.8 5.9 5.3 5.6 5.9

（単位：年）

(1)　ブランド A と B の電池の寿命の分布を，ヒストグラムに表示しましょう。
(2)　ブランド A と B の電池の寿命の分布は，どのような形状ですか。
(3)　ブランド A と B の電池の寿命の平均値を比較しましょう。
(4)　ブランド A と B の電池の寿命の標準偏差を比較しましょう。
(5)　ブランド B の会社が「B 社の電池の方が，信頼性が高い」と広告を出しました。そういえる理由は何ですか。
(6)　標準偏差は，何を調べるための値ですか。

FIGURE 3　標準偏差の意味



【ブランド A】
平均値：5.7
標準偏差：1.33

【ブランド B】
平均値：5.7
標準偏差：0.78

FIGURE 4　探究 5 のヒストグラム

【標準偏差の意味】

次の 3 つのグラフは，すべて平均値は 5 でありデータの総数も同じです。標準偏差とは，測定値と平均値との差の 2 乗の総和をデータの個数で割った値の平方根のことでした。したがって，次の 3 つのグラフを比べると，平均値から離れた測定値が多いほど，標準偏差は大きくなります。

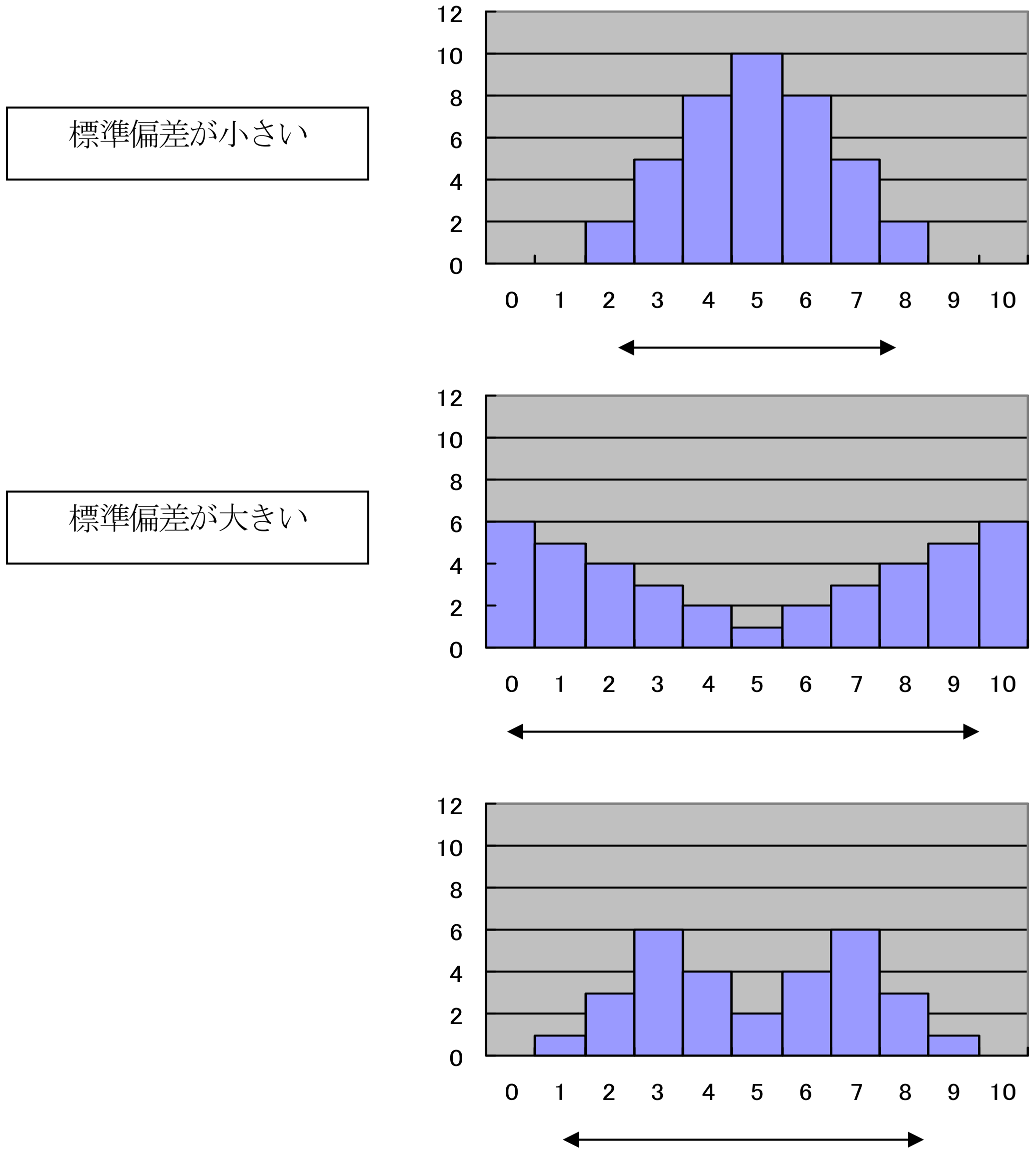


FIGURE 5　対照群に与えた読み物

【標準偏差の意味】

次の 3 つのグラフは，すべて平均値は 5 でありデータの総数も同じです。標準偏差とは，測定値と平均値との差の 2 乗の総和をデータの個数で割った値の平方根のことでした。したがって，次の 3 つのグラフを比べると，平均値から離れた測定値が多くなるに従って，標準偏差は大きくなります。

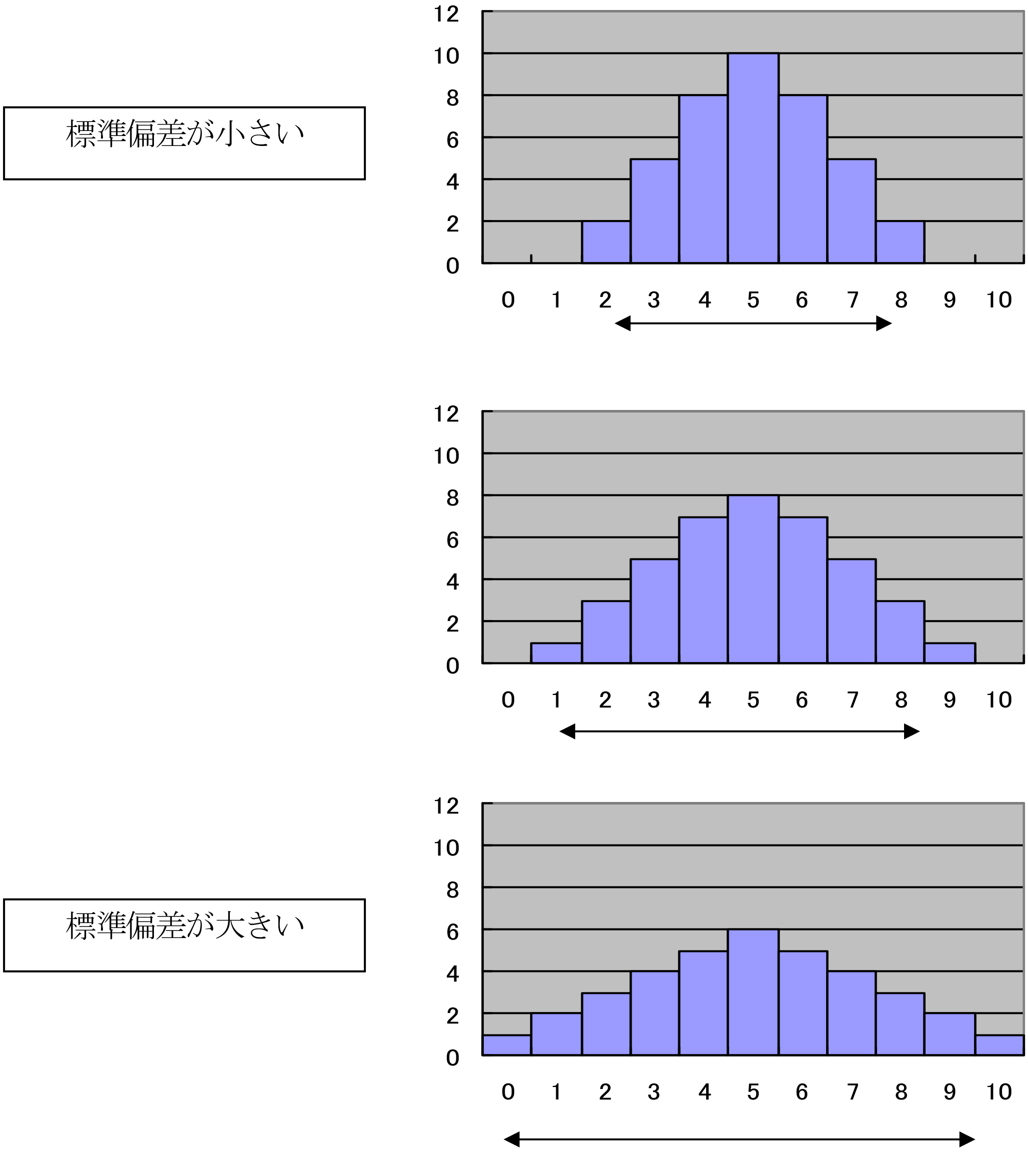


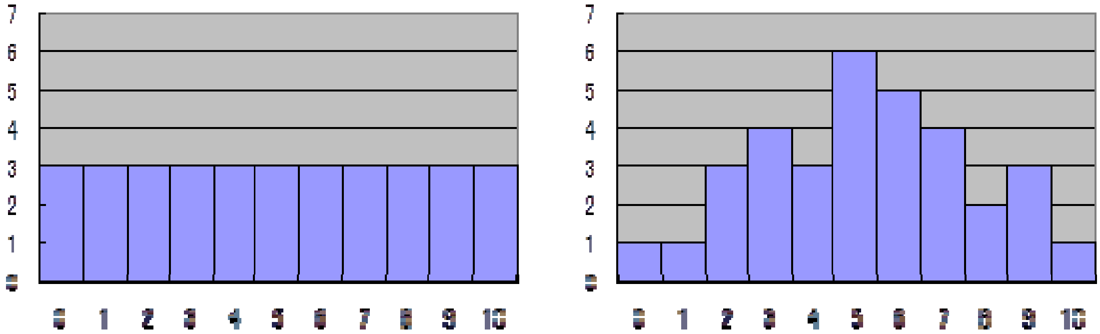
FIGURE 6　懐柔群に与えた読み物

問 5-1：次のデータは A 組のテストの得点です。このデータの標準偏差はどれでしょうか。そう判断した理由も簡潔に述べてください。

A 組：49，51，49，51，49，51，49，51，49，51

① 1　　② 2　　③ 50

問 5-2：次の 2 つのグラフについて，左右でどちらのグラフの方が，標準偏差は大きいでしょうか。そう判断した理由も簡潔に述べてください。



① 左のグラフの方が，右のグラフよりも標準偏差は大きい。

② 右のグラフの方が，左のグラフよりも標準偏差は大きい。

③ どちらのグラフも標準偏差はほぼ同じ。

FIGURE 7　事後調査問題

結果と考察

分析の対象者は，大学生93名である。ランダムに配布された読み物によって2つの群に分けられ，懐柔群は 51 名，対照群は 42 名となった。

1．標準偏差の意味

問題 1 に対する正答者数（正答率）は，対象者全体で 42 名（45.2%）であった。そのうち，懐柔群の正答者数（正答率）は 17 名（33.3%）であり，対照群の正答者数（正答率）は 25 名（59.5%）であった。問題 1 に対する反応者数の分布を TABLE 1 に示す。

TABLE 1　問題 1 に対する反応者数

反応	①	②	③	無答	計
懐柔群	17	12	21	1	51
対照群	25	6	11	0	42
計	42	18	32	1	93

（正答は①）

問題 1 に対して，群条件による正答率の差について χ^2 検定を行った結果，群条件に有意差が認められ，対照群の正答率が懐柔群の正答率を上回った（$\chi^2=6.3793$，$p<.05$）。懐柔群では，3 つの釣鐘型分布を標準偏差が段階的に大きくなるように配列した事例を提示しており，対照群では，釣鐘型分布以外に複峰型分布と U 字型分布の事例を提示していた。この結果から，対照群では複峰型分布と U 字型分布の事例を提示したことにより，分布の中心に対する注意が喚起され，そのことが，対象者の正答率に影響を与えたと推測される。

2.　標準偏差の大小判断

問題 2 に対する正答者数（正答率）は，対象者全体で 16 名（17.2%）であった。そのうち，懐柔群の正答者数（正答率）は 9 名（17.6%）であり，対照群の正答者数（正答率）は 7 名（16.7%）であった。問題 2 に対する反応者数の分布を TABLE2 に示す。

TABLE 2　問題 2 に対する反応者数

反応	①	②	③	無答	計
懐柔群	9	27	15	0	51
対照群	7	23	12	0	42
計	16	50	27	0	93

（正答は①）

問題 2 に対して，群条件による正答率の差について χ^2 検定を行った結果，群条件に有意差は認められなかった（$\chi^2=0.0155$，n.s.）。この結果から，3 つの釣鐘型分布を標準偏差が段階的に大きくなるように配列した事例を提示しても，対象者の適切判断は促進されなかったといえる。以上から，本研究の仮説である「ル・バー懐柔型ストラテジーを用いた提示事例の効果」を確認することはできなかった。

3.　誤判断の要因の推定

問題 2 に対して②を選択した反応者数（反応率）は，対象者全体で 50 名（53.8%）であった。②を選択した反応者は，次のような判断理由を記述していた（FIGURE 8）。

ア．左より右の方が平均値からの差は大きいから。
イ．左のグラフには偏差がないから。
ウ．右の方がばらつき具合は大きいから。
エ．グラフの数字（頻度）に差があり，でこぼこしているから。
オ．グラフが右に偏っているから。
カ．全体の数は右のグラフの方が多いから。
キ．最大値と最小値の差があるから。

FIGURE 8 ②を選択した反応者の判断理由の例

判断理由アとイは，縦軸の頻度の平均値と他の階級の頻度との差を偏差として誤って読み取り，誤判断したものと考えられる（以降，「平均値の誤読」という。）。判断理由ウとエは，縦軸の頻度の平均値を基準とし，その値と他の階級の頻度との差をばらつきとして誤って読み取り，誤判断したものと考えられる（以降，「ばらつきの誤読」という。）。判断理由オは，分布の形状に着目し，判断理由カは，データの個数に着目し，判断理由キは，データの範囲に着目して誤判断したものと考えられる。オからキまでのような判断理由を記述した対象者は，それぞれ 1～3 名であった。問題 2 に対して②を選択した反応者の判断理由について，「平均値の誤読」，「ばらつきの誤読」と「その他」で類型化し，②を選択した反応者の分布を TABLE 3 に示す。

TABLE 3 ②を選択した反応者の分布

判断理由	平均値の誤読	ばらつきの誤読	その他	無答	計
②	14	23	10	3	50

この結果から，多くの学習者に，「標準偏差は，測定値と平均値との標準的な差を示す指標である。」という標準偏差の意味を，「標準偏差は，各階級の頻度と頻度の平均値との差を示す指標である。」と誤って読み取る傾向があると考えられる。それには，次の 2 つの要因が影響していると推測される。第 1 に，「平均値の誤読」の記述にみられるように，データの広がりを示す一つの指標である標準偏差をとらえる際に，その基準となる平均値を考慮しなかったことである。この要因に対して，標準偏差の意味を教授する際に，偏差の基準としての平均値の役割を意識させる必要があることが示唆された。第 2 に，「ばらつきの誤読」の記述にみられるように，グラフがでこぼこしている形状に学習者が固執してしまうことである。縦軸に頻度をとるヒストグラムによる表現では，横軸の目盛りに平均値が存在する。この要因に対して，グラフがでこぼこしている形状は，測定値の差ではなく，頻度の差を示していることを意識させる必要があることが示唆された。

討論

本研究は，一方の群に「分布の形状が極端に異なり，それに伴って標準偏差も異なる 3 つの事例」を用いた読み物を提示し，もう一方の群に「分布の形状が徐々に変化し，それに伴って標準偏差も段階的に変化する 3 つの事例」を用いた読み物を提示して，このような提示事例の違いが対象者の判断に及ぼす影響について検討したものである。後者が，ル・バー懐柔型ストラテジーを用いた提示事例になる。その結果，後者の提示事例の方が，学習者の適切判断を促進するという仮説は支持されなかった。

それではなぜ，ル・バー懐柔型ストラテジーを用いた提示事例に，学習者の適切判断を促進する効果がみられなかったのだろうか。ここで，問 5.2 に対する対象者の判断理由から検討する。

第 1 に，「平均値の誤読」の記述がみられた。この記述は，データの広がりを示す一つの指標である標準偏差をとらえる際に，偏差の基準となる平均値を考慮しなかったことを示している。本研究で用いた提示事例には，平均値を視覚的にとらえさせる工夫がなされていなかった。そのため，横軸の目盛りに存在する平均値を，縦軸の目盛りでとらえようとした対象者が多くみられたと考えられる。この要因に対して，偏差の基準としての平均値をヒストグラムに明示する教授方略が必要であることが示唆された。

第 2 に，「ばらつきの誤読」の記述がみられた。この記述は，グラフがでこぼこしている形状に学習者が固執してしまったことを示している。本研究で用いた提示事例には，分布の形状の変化に伴う標準偏差の変化を連続的に示していなかった。そのため，3 つの提示事例を別々の事例としてとらえ，分布の形状の変化に伴う標準偏差の変化を示す事例であるという認識はなかった対象者が多くみられたと考えられる。この要因に対して，分布の形状と標準偏差を対応させ，それらが関係を保って連続的に変化していることを示す教授方略が必要であることが示唆された。

また，統計の基本的な知識の不十分な理解による要因も挙げられる。それは，ケース値棒グラフとヒストグラムとの混同である。ケース値棒グラフとは，一方の軸に名義尺度として個々のケースを割り当て，もう一方の軸に変数の値をとるグラフである。たとえば，例題 5（FIGURE 2）のクイズの正答数に関するデータであれば，一方の軸に 5 人の名前を割り当て，もう一方の軸に正答数の値をとるグラフのことである。この要因で誤判断をする学習者には，軸のラベルと単位を明確にしてから，ヒストグラムの読み取りをさせなければならないだろう。すなわち，標準偏差の意味とその求め方を教授する前に，グラフを読みとるための必須項目である「ラベル」，「目盛り」，「単位」といった統計の基本的な知識を指導しておく必要があるといえる。

本研究の結果は，ル・バー懐柔型ストラテジーの限界を示しているとは考えにくい。なぜなら，誤判断をした対象者の「平均値の誤読」と「ばらつきの誤読」という判断理由は，2 つの群に共通して同程度にみられた。提示事例における平均値の明示，および分布の形状と標準偏差を対応させ，それらが関係を保って連続的に変化していることを示す工夫を取り入れ，今回の教授方略を修正した上で実験を行うことが今後の課題である。

謝辞

本研究は科研費【課題番号 22530990】の支援を受けている。

引用文献

Garfield, J. and delMas, B. 2005. *Comprehensive Assessment of Outcomes for a first course in Statistics.* University of Minnesota.

伏見陽児・麻柄啓一. 1986.「図形概念の学習に及ぼす発問系列の違いの効果」『東北教育心理学研究』1, 1-9.

麻柄啓一・工藤与志文・植松公威・進藤聡彦・立木徹. 2006.『学習者の誤った知識をどう修正するか』(東北大学出版会).

小口祐一. 2008a.「統計領域における誤った知識の保持状況に関する調査」『日本教授学習心理学会年会予稿集』 4, 10-11.

小口祐一. 2008b.「ヒスグラムを用いた資料の傾向の説明に事例の違いが及ぼす影響」『日本科学教育学会年会論文集』 32, 335-338.

小口祐一. 2010.『実践から学ぶ！グラフ電卓による統計の指導』(学術図書出版青山社).